

文章编号 1004-924X(2026)07-1035-12

多基准约束的激光跟踪测边网平差

邵福海^{1,2,3}, 曾雪峰^{1,2,3*}, 李雯研^{1,3}, 王灵杰^{1,2,3}, 张学军^{1,2,3}

(1. 中国科学院 长春光学精密机械与物理研究所, 吉林 长春 130033;

2. 中国科学院大学, 北京 100049;

3. 光学系统先进制造全国重点实验室, 吉林 长春 130033)

摘要: 激光跟踪测边网平差方法在三维空间坐标的高精度定位中具有显著优势, 其中, 准确标定系统参数是实现高精度测量的关键。针对传统测边网自标定过程中几何基准不稳定与平差结果易受初值影响的问题, 提出一种激光跟踪测边网平差测量优化方法。该方法通过引入提供多空间基准的定向点模型, 对测站坐标进行自标定, 并在组网平差过程中固定定向点坐标, 实现测站坐标在统一几何基准下的联合优化求解。仿真结果表明, 在测距与测点观测均含高斯噪声的条件下, 该方法具有良好的解算稳定性, 其边长误差控制在微米量级。通过一米标准杆测量实验, 将本文方法与商业软件 Spatial Analyzer(SA)组网结果进行对比验证, 结果表明, 在 1.5 m×1.5 m 测量范围内, 优化后空间长度测量误差均在 -0.3~4.8 μm 内, 而 SA 的误差主要分布于 3.0~9.5 μm 内。本文方法在测量精度与离散程度方面具有更优的测量性能, 也具有较好的通用性, 可为光学系统装调等空间测量任务提供技术支撑。

关键词: 位姿测量; 测边网平差; 几何约束; 基于组网平差的自标定模型

中图分类号: TH741; P207 **文献标识码:** A

doi: 10.37188/OPE.20263407.1035 **CSTR:** 32169.14.OPE.20263407.1035

Laser tracker-based trilateration network adjustment with multiple reference constraints

SHAO Fuhai^{1,2,3}, ZENG Xuefeng^{1,2,3*}, LI Wenyan^{1,3}, WANG Lingjie^{1,2,3}, ZHANG Xuejun^{1,2,3}

(1. Changchun Institute of Optics, Fine Mechanics and Physics, Chinese Academy of Sciences, Changchun 130033, China;

2. University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China;

3. State Key Laboratory of Advanced Manufacturing for Optical Systems, Changchun 130033, China)

* Corresponding author, E-mail: zxf@ciomp.ac.cn

Abstract: Laser tracking measurement networks are widely employed for high-precision three-dimensional positioning, where accurate calibration of system parameters is essential for reliable results. Conventional network self-calibration methods often suffer from unstable geometric references, and the adjustment results are highly sensitive to initial values. An optimized adjustment method for laser tracking measurement networks is proposed. Oriented point models are introduced to provide multiple spatial references, en-

收稿日期: 2025-12-31; 修订日期: 2026-01-21.

基金项目: 吉林省自然科学基金国家重点实验室重大专项 (No. SKL202302023); 国家重大仪器研制项目 (No. 62127901); 中国科学院青促会资助项目 (No. 2020224)

abling self-calibration of measurement station coordinates. During network adjustment, the coordinates of the oriented points are fixed, allowing joint optimization of all station coordinates under a unified geometric reference. The proposed method is based on the NASC model, in which rigid geometric constraints are imposed to enhance solution stability. Simulation experiments incorporating Gaussian noise in distance and point measurements demonstrate that stable solutions are achieved, with edge length errors controlled at the micrometer level. Practical validation was conducted using a one-meter standard rod. The proposed method was compared with the commercial software Spatial Analyzer (SA) through repeated measurements of two standard rod lengths within a $1.5\text{ m} \times 1.5\text{ m}$ measurement volume. Measurement errors obtained with the proposed method ranged from $-0.3\text{ }\mu\text{m}$ to $4.8\text{ }\mu\text{m}$, whereas those of SA were primarily distributed between $3.0\text{ }\mu\text{m}$ and $9.5\text{ }\mu\text{m}$. The results indicate that the proposed method achieves higher accuracy, reduced error dispersion, and improved repeatability. This enhanced performance is attributed to the rigid geometric reference constraints of the NASC model, which effectively suppress uncertainty propagation during network adjustment. The method exhibits strong general applicability and supports high-precision spatial measurements, making it suitable for optical system assembly and other engineering tasks requiring micrometer-level accuracy. It provides a practical technical reference for high-precision measurement applications.

Key words: pose measurement; trilateration network adjustment; geometric constraints; network-adjustment-based self-calibration model

1 引 言

现代光学系统要求高精度装调,这依赖于精确测量与定位^[1-3]。装调可分为粗调和精调两个阶段。其中,粗调依赖空间几何测量,直接影响后续系统性能^[4]。目前,粗调过程高度依赖人工,效率低且精度不可控,若粗调无法调整至干涉仪的检测范围内,出现盲调,将直接影响系统集成效率。

激光跟踪仪凭借其大范围测量能力与高测距精度在光学系统装调、精密工程测试及大型结构空间定位等场景中得到了广泛应用^[5-7]。与基于角度测量的测角网方法相比,激光跟踪测边网可通过测量目标点到多个已知点的距离来确定空间坐标,因其依赖测距结果,符合阿贝原则,可直接溯源至激光波长,从而具备更高的测量精度与可追溯性^[8-9]。通过优化测站布局、补偿测距误差并引入几何约束,测边网可在较大尺度范围内实现高精度的动态坐标测量^[10]。

目前,国内外研究人员已对激光跟踪测边网展开了深入研究。范百兴等^[11]提出一种基于激光干涉测距的三维秩亏自由网平差方法,在 12 m 测量范围内,将点位精度由 $87\text{ }\mu\text{m}$ 提升至 $27\text{ }\mu\text{m}$ 。

刘硕等^[12]进一步提出一种结合测角与测距误差分析的三维测边网平差优化方法,通过仿真改进控制网与秩亏自由网平差,在 10 m 内,将点坐标反算距离与激光干涉测距值的差值控制在 $10\text{ }\mu\text{m}$ 以内。郑继辉等^[13]针对自标定精度问题,提出一种基于标准长度的改进自标定算法,在 $7.0\sim 8.3\text{ m}$ 内将坐标测量误差控制在 $-9.5\sim 4.6\text{ }\mu\text{m}$ 内。近年来,激光跟踪测边网及其网络平差方法已在粒子加速器准直与大型科学装置测量中得到广泛应用,通过多测站组网与三维平差,进而在百米级尺度上实现了关键部件的微米级定位精度,并在实际工程中得到了验证^[14-17]。

尽管上述研究在测边网平差理论、测站布设策略及大尺度工程应用方面均取得了重要成果,但其研究重点多集中于大范围、多测站、高冗余条件下的整体网络精度提升,在面向光学系统装调需求的高稳定性、多点刚性几何基准构建及工程化布设方面仍未完全满足需求,亟需针对性方法来提高基准稳定性与网络解算精度。

针对上述问题,本文提出一种基于固定定向点布设的自标定与平差优化方法。不同于依赖标准长度约束或重心基准的已有方法,通过固定定向点直接构建三维空间几何基准,用于对测站

参数与网络解算过程进行统一约束。选取有限数量且通过刚性结构相互固定的定向点,在测量空间内构建一个小尺度、高稳定性的空间基准框架。以此框架为约束,提高测站精度与网络稳定性,实现高效布设与快速标定。通过仿真和实验,验证了该算法的有效性和可行性。在相同观测条件下,本方法精度高于商用软件,可为激光跟踪测边网在光学系统装调中的高精度、工程化应用提供参考与技术支撑。

2 理论分析

2.1 激光跟踪测边网测量原理

激光跟踪测边网测量系统由多个测站和若干空间定向点构成,测量过程中仅依赖激光跟踪仪的高精度距离观测。图 1 所示为典型的三测站测边网结构,已知测站 $LT1, LT2, LT3$ 的坐标及其至目标点 P 的距离,可通过空间前方交会求解 P 的三维坐标。

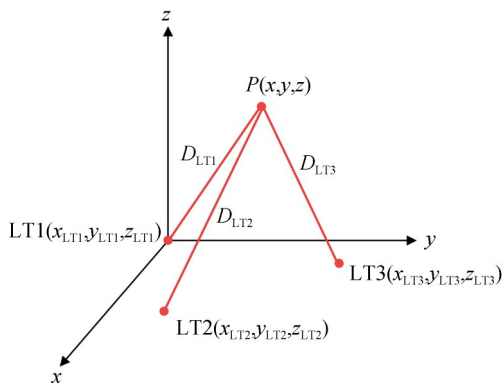


图 1 激光跟踪测边网测量系统示意图

Fig. 1 Schematic diagram of laser tracker trilateration network measurement system

在实际测量中,测边网由多个测站和定向点通过距离观测形成空间距离网络。为获得高精度的测站坐标,需要基于距离观测建立测边网平差模型,对测站与定向点坐标进行联合解算。平差完成后,以优化后的测站坐标作为空间基准,结合激光跟踪仪获取的目标点距离观测,通过空间前方交会实现目标点三维坐标的高精度求解。

2.2 基于组网平差的自标定模型

在基于激光跟踪仪的测边网测量中,测站坐标通常通过自标定流程获得,即利用测站至若干定向点的距离观测,结合定向点近似坐标,通过空间后方交会求解测站初始位置,并进一步通过组网平差对网络整体坐标进行优化。然而,传统方法依赖由激光跟踪仪直接测得的定向点坐标作为几何基准,其精度受限于定向点测量误差,导致测站初值稳定性不足。同时,测边网主要由距离观测构成,几何约束较弱,网络在平差过程中易出现整体平移、旋转及尺度不确定性。

为增强测边网的几何稳定性,这里引入一组空间位置已知且相互刚性约束的定向点,构建固定定向点空间框架,并将其作为自标定与组网平差过程中的统一几何基准。在此基础上,提出一种基于组网平差的自标定模型(Network-Adjustment-based Self-Calibration model, NASC-model)。

该定向点集由若干靶球点构成,其三维坐标由高精度标定设备预先获得,并通过刚性结构保持相对位置不变。与仅引入单一标准长度的约束方式不同,该空间框架在整体上为测边网提供了完整的三维几何基准。在组网平差过程中,测站坐标作为未知参数,而定向点坐标作为固定约束参与解算,从而实现对测边网的整体定向与稳定控制。NASC-model 概念示意图

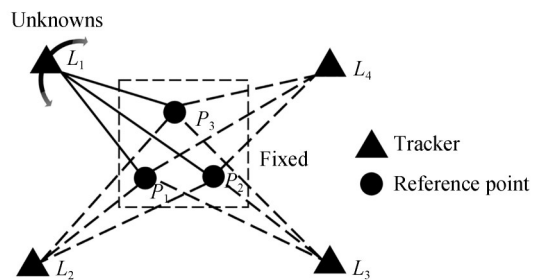


图 2 基于组网平差的自标定测量模型概念示意图(三角形表示激光跟踪仪测站,圆形表示定向点,箭头表示距离观测对网络未知参数(测站坐标)的约束关系)

Fig. 2 Conceptual diagram of NASC-model (Triangles denote laser tracker stations, circles denote reference points, and arrows indicate distance-observation constraints on the unknown network parameters (station coordinates))

如图 2 所示,其中测站、定向点及其约束关系均在图中给出标注。

该定向点空间框架仅用于系统初始化阶段的自标定与组网建立,完成统一空间基准后即可移除,不参与后续测量过程。固定定向点约束贯穿于测站坐标求解的两个关键阶段。在自标定阶段,采用高精度标定获得定向点三维坐标作为已知量,结合测站至各定向点的高精度距离观测,通过空间后方交会模型解算测站坐标初始值。此时,未知量仅为测站坐标,其解算精度主要受距离观测与定向点坐标精度共同制约。由于激光跟踪仪具备极高的干涉测距精度,定向点坐标精度往往成为限制测站初值精度的主要因素。采用高精度标定的定向点后,自标定阶段即可获得精度更高且稳定性更好的测站初始值。

在组网平差阶段,上述定向点坐标进一步作为网络的空间基准被引入平差模型,通过约束定向点坐标改正数为零,使其在迭代过程中保持不变。由此,定向点不仅提供了多条标准长度约束,其空间分布还同时引入方位与三维几何约束,从多个方向抑制网络中的弱几何条件,提高了网络的稳定性与解算精度。

2.3 联合平差优化算法构建

在 NASC-model 的基础上,构建联合平差优化模型,将自标定阶段获得的测站初始坐标与固定定向点约束统一引入测边网平差过程,在统一几何基准下对测站坐标进行优化求解,算法流程如图 3 所示。

在传统测边网处理过程中,自标定与组网平差通常作为相互独立的两个步骤进行,自标定结果仅作为平差初值输入。当自标定阶段缺乏稳定空间基准时,其初值误差将直接影响后续平差的解算性与收敛过程。为避免不同阶段几何基准不一致带来的误差传递问题,采用联合平差策略,使固定定向点约束在自标定与组网平差过程中保持一致。

测边网以空间距离为基本观测量,各测站与被测点之间形成由距离约束构成的空间网络。设网络中共有 n 个点,任意两点 i, j 间的实测距离为 D_{ij} ,相应的点坐标为 $(X_i, Y_i, Z_i), (X_j, Y_j, Z_j)$,则理论距离可写为:

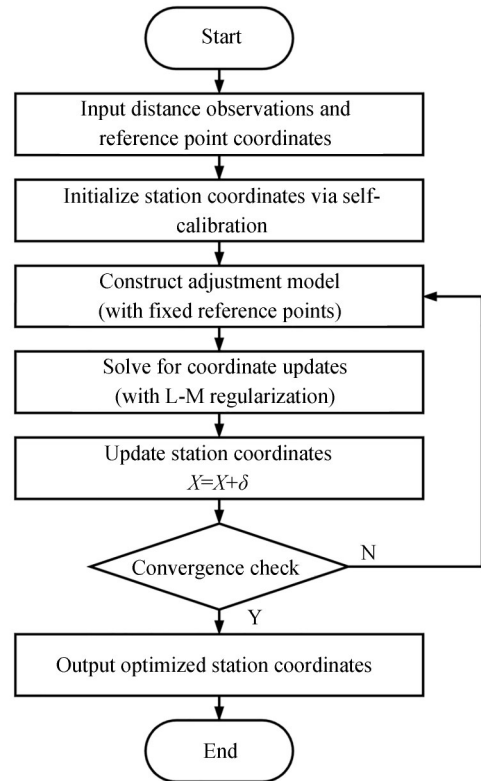


图 3 联合平差优化算法构建流程

Fig. 3 Flowchart of proposed joint adjustment optimization algorithm

$$L_{ij} = \sqrt{(X_i - X_j)^2 + (Y_i - Y_j)^2 + (Z_i - Z_j)^2}. \quad (1)$$

根据观测值与理论值之间的关系,有:

$$D_{ij} + \epsilon_{ij} = L_{ij}, \quad (2)$$

其中: L_{ij} 为理论距离, D_{ij} 为实测距离, ϵ_{ij} 为观测残差。

在最小二乘平差中,目标函数为:

$$\min V^T P V, \quad (3)$$

其中: V 为残差向量,由距离观测方程在当前近似坐标处线性化后得到的各 v_{ij} 组成; P 为观测权阵。

观测权阵 P 是衡量各观测值相对可靠性的关键矩阵。由于激光跟踪仪在测距过程中,其观测不确定度受空气折射率波动、温湿度梯度及仪器底噪影响,通常随观测距离的增加而增大。为了使平差结果更趋近于真实值,采用距离反比定权法。具体而言,设单条边的实测距离为 D_{ij} ,权值 w_{ij} 的计算公式为:

$$w_{ij} = \frac{(\sum D)}{D_{ij}}, \quad (4)$$

其中: $\sum D$ 为网络中所有观测边的长度之和,作为比例调节因子,用于权值归一化。在这种定权策略下,较短的观测路径具有更高的权值,能够有效削减长距离观测带来的不确定度,从而提升整体网络平差的几何约束强度。

在初始坐标近似值处对距离观测方程进行一阶泰勒展开,得到的线性化误差方程如下:

$$v_{ij} = a_{ij} \delta X_i + b_{ij} \delta Y_i + c_{ij} \delta Z_i - a_{ij} \delta X_j - b_{ij} \delta Y_j - c_{ij} \delta Z_j - l_{ij}, \quad (5)$$

其中: v_{ij} 表示第*i,j*两点距离观测对应的线性化残差。系数项定义为:

$$a_{ij} = \frac{X_i^{(0)} - X_j^{(0)}}{L_{ij}^{(0)}}, b_{ij} = \frac{Y_i^{(0)} - Y_j^{(0)}}{L_{ij}^{(0)}}, \quad (6)$$

$$c_{ij} = \frac{Z_i^{(0)} - Z_j^{(0)}}{L_{ij}^{(0)}}, l_{ij} = D_{ij} - L_{ij}^{(0)},$$

其中: D 为实测距离, $(X_i^{(0)}, Y_i^{(0)}, Z_i^{(0)})$ 为测站的坐标近似值, $L_{ij}^{(0)}$ 为由近似坐标计算得到的两点距离。

将全部观测方程写成矩阵形式:

$$V = A\delta - l, \quad (7)$$

其中: A 为雅可比矩阵(Jacobian), δ 为坐标改正量向量, l 为由各 l_{ij} 组成的常数项向量。

由最小二乘条件可得法方程:

$$A^T P A \delta = A^T P l. \quad (8)$$

解得坐标改正量:

$$\delta^{(k)} = (A^T P A)^{-1} A^T P l. \quad (9)$$

通过迭代更新各点坐标:

$$(X, Y, Z)^{(k+1)} = (X, Y, Z)^{(k)} + \delta^{(k)}, \quad (10)$$

其中*k*表示迭代次数。

本文方法的关键在于固定定向点约束在平差过程中的引入方式。设网络中部分点为定向点,其三维坐标由前置标定阶段确定,并在联合平差中视为已知常量,仅对测站坐标进行优化求解。

固定定向点约束通过调整平差未知参数集实现。定向点的三维坐标不再作为未知参数引入平差模型,而是作为已知几何基准加以约束。对于属于定向点集合的点*i*,其对应的坐标改正量固定为零,即:

$$\delta X_i = \delta Y_i = \delta Z_i = 0. \quad (11)$$

上述约束在矩阵层面的实现方式为:在构建雅可比矩阵时,将与定向点坐标分量对应的列置零,即:

$$A_{\cdot, 3i} = 0, A_{\cdot, 3i+1} = 0, A_{\cdot, 3i+2} = 0, i \in \Omega_f, \quad (12)$$

其中: Ω_f 表示固定定向点集合。由此,固定定向点不再作为平差未知量参与求解,其坐标在迭代过程中保持不变。该处理方式在不引入额外约束方程的情况下,有效消除了测边网中的整体平移、旋转及尺度自由度,使法方程保持满秩,从而保证网络的可解性与数值稳定性。

为改善迭代求解的稳定性,在最小二乘迭代过程中引入Levenberg-Marquardt正则化策略,其正规方程形式为:

$$(A^T P A + \lambda I) \delta = A^T P l, \quad (13)$$

其中: λ 为阻尼因子, I 为单位矩阵。通过在法方程中引入正则化项,可有效改善测边网在几何条件较弱或参数相关性较强情况下的数值条件,抑制迭代过程中的参数更新振荡,提高整体求解的稳定性与收敛可靠性。本文采用弱正则化策略,阻尼因子 λ 取为较小常数,仅在数值层面改善法方程条件数,不作为主要收敛控制参数。

通过上述联合平差模型的迭代求解,获得各测站的三维坐标解。迭代过程中以目标函数值的变化量作为收敛判据,当相邻两次迭代的残差范数变化小于预设阈值时终止迭代。该解算结果建立了测量系统的统一空间几何基准,并作为后续测量目标点定位与精度分析的基础输入。

3 仿真实验

为验证本文方法的有效性,设计仿真实验对其精度进行检验。图4给出了仿真实验的几何布局示意图。仿真中设置4台测站,表1给出了各测站的空间坐标。在3 m×3 m的空间内均匀布设三层待测点,每层包含40个点,相邻层高差为100 mm,共形成120个待测目标点,用于统计分析点位解算误差的整体分布特性。

此外,引入6个固定定向点构成NASC-model,其三维空间跨度约为400 mm,整体形成一空间刚性框架。布设时避免共面或近共线,以在有限空间内引入必要的几何冗余并增强网络稳定性。仿真仅评估本文方法在给定基准条件下的性能,未对定向点数量与空间构型的敏感性展开系统分析。仿真中参与解算的空间点

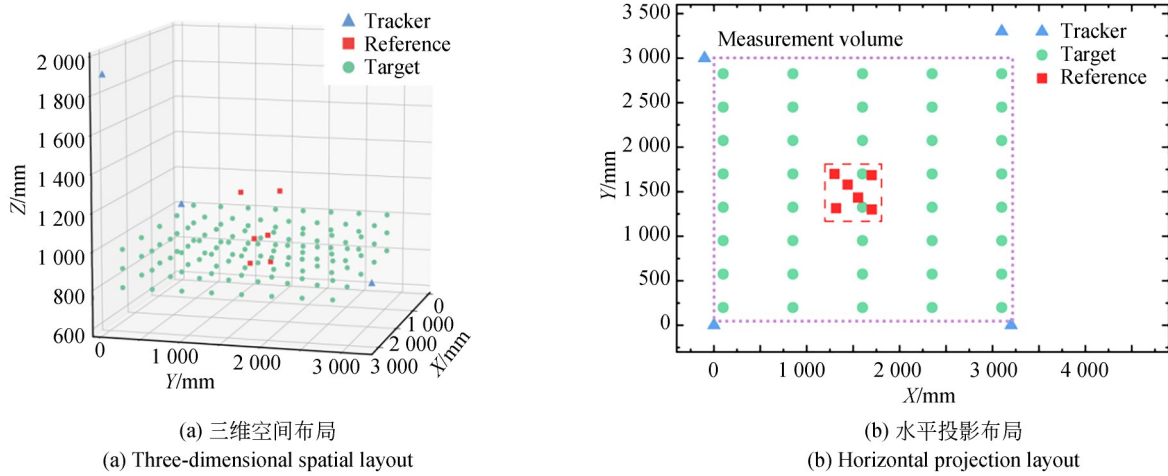


图 4 仿真实验的几何布局

Fig. 4 Geometric layout of simulation experiment

表 1 测站空间坐标

Tab. 1 Spatial coordinates of measurement stations(mm)

Tracker	X	Y	Z
LT1	0	0	998
LT2	3 200	0	1 906
LT3	3 100	3 300	900
LT4	-100	3 000	1 923

总数为 126 个。

根据几何关系计算各点至 4 台测站的理论距离,并作为无噪声观测值。结合现场实测与设备技术指标构建误差模型:对距离观测值引入高斯噪声模拟干涉测距误差,设定标准差 $\sigma=(0.65+0.2)\mu\text{m}/\text{m}$;定向点坐标由高精度三坐标测量机(Coordinate Measuring Machine, CMM)标定,其坐标误差采用单维标准差为 $0.33\mu\text{m}$ 的高斯噪声进行模拟,对应优于 $1\mu\text{m}$ 的实验室级基准精度。

为分析基准精度对网络解算结果的影响,开展灵敏度测试。当定向点标定误差(单维 σ)增大至 $1\mu\text{m}$ 和 $2\mu\text{m}$ 时,待测点解算误差的 P99.73 分位值分别上升至 $10.97\mu\text{m}$ 和 $17.65\mu\text{m}$ 。结果表明,定向点精度对网络整体精度具有决定性影响,因此,采用高精度基准以评估方法在理想条件下的性能上限。仿真过程中,所有长度单位均采用 mm。

基于含噪距离观测定向点坐标完成自标定与组网平差,以解算激光跟踪仪坐标。在此基础上,结合平差后的测站坐标与测距观测,解算待测点坐标。仿真结果从网络整体测量精度与点位解算精度两个层面进行分析。

为评估网络的整体测距精度,对所有待测点两两组合形成的 7 140 条边进行误差统计分析。仿真边长误差的直方图及其概率密度曲线如图 5 所示,相应的统计指标列于表 2。

从图 5 和表 2 可以看出,边长误差分布高度集中,误差峰值位于低误差区间,95% 的边长误差不超过 $2.32\mu\text{m}$ 。为给出高置信度条件下的误

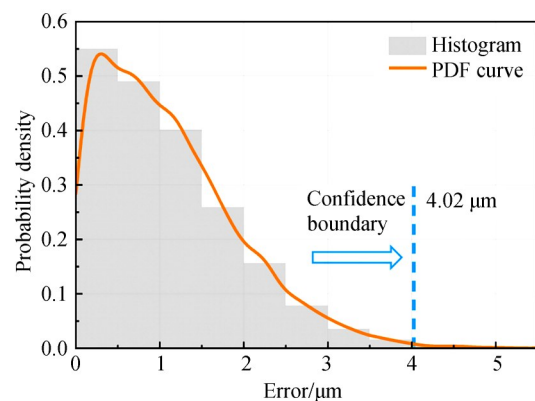


图 5 仿真边长误差分布直方图及概率密度曲线(标示 99.73% 分位值)

Fig. 5 Histogram and probability density curve of simulated edge-length errors (with the P99.73 percentile indicated)

表 2 仿真边长误差统计结果

Tab. 2 Statistical results of simulated edge-length errors (μm)

Statistic	Δd
RMSE	1.43
P90	1.86
P95	2.32
P99.73	4.02

差上界,借鉴正态分布中 3σ 原则所对应的高分位概念,采用 99.73% 分位值作为精度评价指标,其值控制在 $4.02 \mu\text{m}$ 以内。这表明该网络在全尺度范围内具有稳定的高精度测距能力。

为进一步分析边长尺度对测量误差分布的影响,将所有边按长度划分为不同区间,并统计各区间内边长误差的概率密度分布,不同边长区间的误差概率密度曲线如图 6 所示。

各边长区间的误差分布曲线在主要集中区间内高度重叠,且其分布中心未随边长增加呈现明显偏移,这表明在多测站约束与冗余观测条件下,边长误差未表现出显著的尺度效应,系统整体精度主要受网络几何结构影响。

在边长误差分析的基础上,对点位解算精度

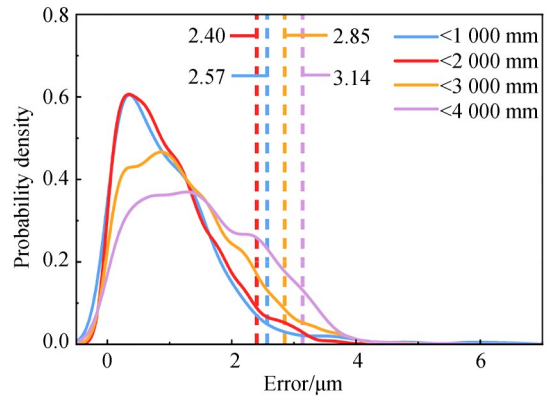
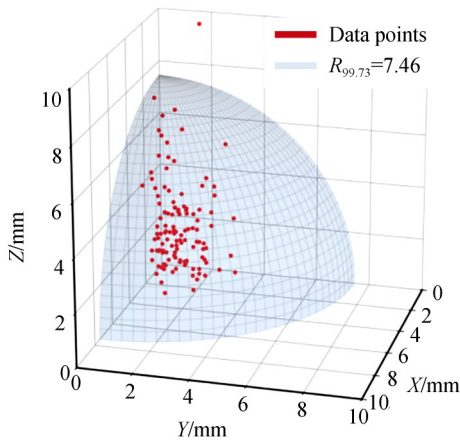


图 6 不同边长区间下的仿真边长误差概率密度分布
Fig. 6 Probability density distributions of simulated edge-length errors for different length intervals

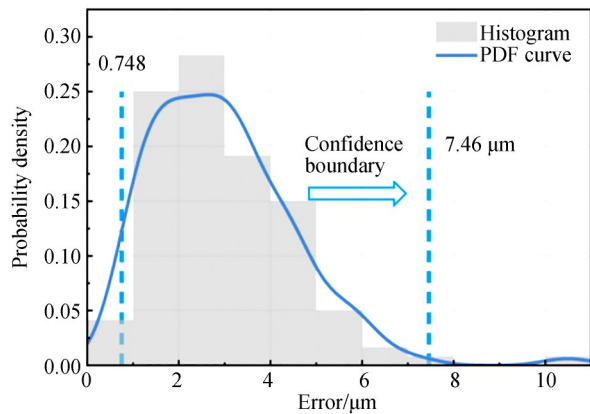
进行分析。仿真点空间误差的三维分布及其统计特性如图 7(a)和 7(b)所示,点位空间误差定义为三维误差分量构成的空间误差模值,如下:

$$\Delta r = \sqrt{(\Delta X)^2 + (\Delta Y)^2 + (\Delta Z)^2}. \quad (14)$$

图 7(a)以 $|\Delta X|, |\Delta Y|, |\Delta Z|$ 表示点位误差分量,同时根据空间误差模值的统计结果计算 99.73% 分位半径,并据此绘制等误差球面,用于表示点位误差的空间范围;图 7(b)展示了点位空间误差的整体统计分布。相应的统计指标列于表 3。



(a) 三维空间误差散点分布及 99.73% 分位等误差球面
(a) Distribution of three-dimensional error scatter and P99.73 percentile error spheres



(b) 空间误差直方图及概率密度曲线(标示 99.73% 分位值)
(b) Histogram and probability density curve of spatial errors (with the P99.73 percentile indicated)

图 7 仿真点位空间误差分布特性

Fig. 7 Spatial error distribution characteristics of simulated points

由图 7 与表 3 可知, 点位空间误差整体分布集中, 99.73% 的点位误差不超过 $7.46 \mu\text{m}$, 与边长误差分析结果保持一致, 进一步验证了网络解算结果的整体稳定性。

表 3 仿真点位空间误差的统计结果

Tab. 3 Statistical results of simulated spatial point errors (μm)

Statistic	Δr
RMSE	2.65
P90	3.97
P95	4.59
P99.73	7.46

本节通过仿真数据系统分析了所构建多测站测量网络的误差特性。结果表明, 在所设测站布局与噪声条件下, 网络边长误差在微米量级内稳定受控, 且对边长尺度变化不敏感; 点位空间误差分布集中, 与边长误差特性相互印证, 验证了所提方法在仿真条件下的有效性。

4 测量实验与结果

为验证 NASC-model 在实际测量中的有效性, 开展了激光跟踪仪标准长度测量实验。实验采用两组标准杆作为精度验证对象, 其标称长度由 CMM 标定, 相关参数见表 4。

表 4 两组标准长度的标定数值

Tab. 4 Calibrated values of two standard lengths(mm)

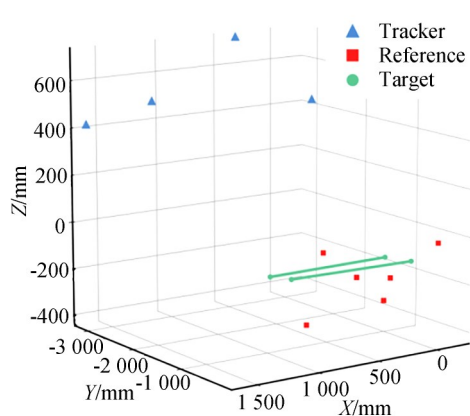
Statistic	lengths
L_1	999.746 0
L_2	1 000.276 5

4.1 实验条件与测量环境

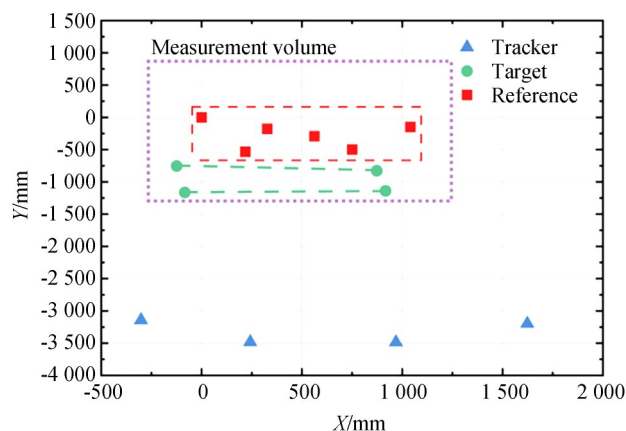
实验在蔡司 ACCURA 2 m 三坐标测量机平台上完成, 主要用于获取定向点的高精度参考坐标。以定向点模型为几何基准, 实验测量范围约为 $1.5 \text{ m} \times 1.5 \text{ m}$, 标准杆测点布设于该范围的边缘位置。实验室温度保持在 $(20.6 \pm 0.3) ^\circ\text{C}$, 系统在测量前稳定不少于 12 h。所有测量点在 4 台激光跟踪仪下均保持无遮挡, 可视率为 100%, 以排除遮挡因素对结果的影响。

4.2 测站与测量网络布设

实验系统由 4 台激光跟踪仪组成, 其中包括三台 Leica AT930 和一台 Leica AT960。受测量空间及多测站可见性约束, 综合考虑 4 台激光跟踪仪对 SMR 靶球的可视条件, 确定了一种可行的测站布设方案。测站布设遵循以下原则: 测站应尽可能从不同方位覆盖待测区域, 以形成良好的空间交会几何; 定向点应分布在多测站的公共覆盖区域内, 用于建立稳定的空间基准。在该布设下, 各测站对所有测量点均具备良好的可视性。各激光跟踪仪的高度分别为: LT1 ($z=412.60 \text{ mm}$), LT2 ($z=702.25 \text{ mm}$), LT3 ($z=462.42 \text{ mm}$) 和 LT4 ($z=417.35 \text{ mm}$)。实验布局如图 8 所示, 对应的实物布置如图 9 所示。



(a) 三维空间布局
(a) Three-dimensional spatial layout



(b) 水平投影布局
(b) Horizontal projection layout

图 8 实验测量网络布局

Fig. 8 Layout of measurement network in experiment

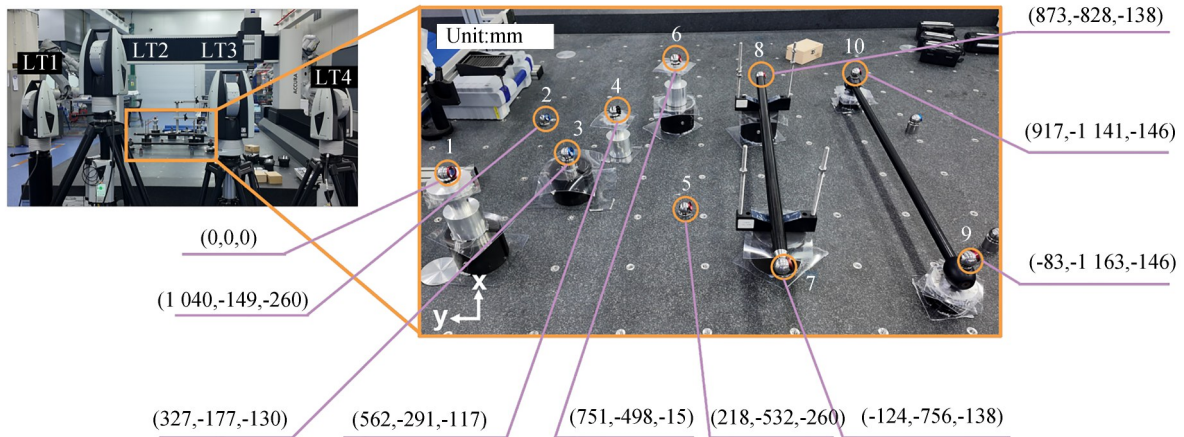


图 9 实验测量网络实物布置

Fig. 9 Physical layout of measurement network in experiment

4.3 实验设计与数据采集流程

实验中共布设 6 个固定定向点和 4 个待测点,参与解算的测量点总数为 10 个。基于测距观测与定向点坐标,分别采用本文方法与商业软件 Spatial Analyzer(SA)的组网测量功能(USMN 算法,通用多测站网络平差方法)进行自标定与坐标解算。每种方法对两组标准长度均进行了 10 次重复测量,以评估测量结果的稳定性与测量精度。

为保证对比的公平性,本文方法与 SA 软件的组网测量在完全一致的实验条件下进行,4 台激光跟踪仪、定向点及待测点在整个测量过程中保持固定,测量场地与环境条件不改变。两种方法均基于同一组实验布设完成数据采集与网络解算,测量过程在同一时间段内完成,但在基准

处理与参数约束方式上存在差异。本文对比的目的在于评估不同组网与基准建模策略对标准长度测量精度的影响。

4.4 实验结果与对比分析

为对比本文方法与 SA 软件组网测量法在实际测量条件下的性能差异,对两种标准长度 L1 和 L2 的测量偏差进行了统计分析。图 10 给出了两种方法在标准长度测量中的误差概率密度分布,其中参考线表示基于 10 次重复测量计算得到的 99.73% 分位值。相应的误差统计指标列于表 5。

由图 10 可知,本文方法在两种标准长度条件下的测量偏差分布更为集中,其概率密度峰值更高,峰值位置更接近零偏差,且分布尾部更短,表明测量结果具有更好的稳定性。进一步结合表 5

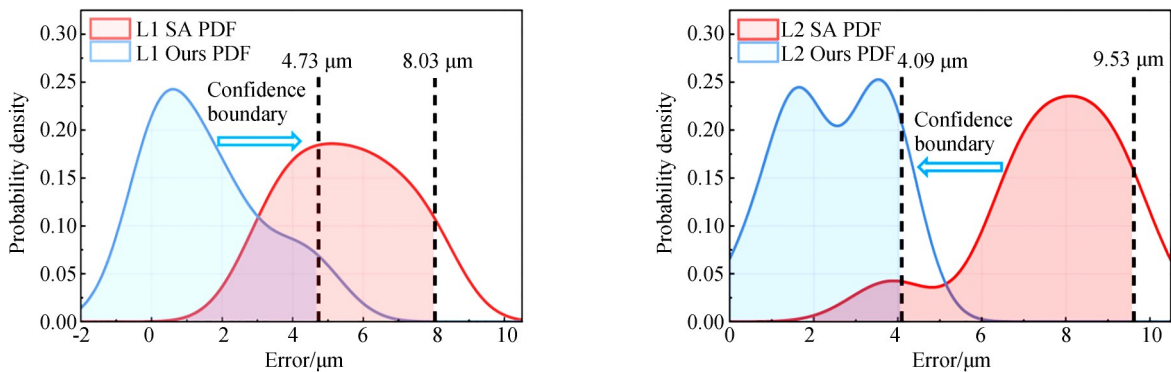


图 10 两种方法在标准长度测量中的误差概率密度分布对比(标示 99.73% 分位值)

Fig. 10 Comparison of probability density distributions of measurement errors for standard lengths obtained by proposed method and SA software(with P99.73 percentile indicated)

中的统计指标可以看出,本文方法在均值误差、RMSE 以及 P90 和 P99.73 等高分位指标上均小于 SA 软件组网测量法,说明本文方法在误差幅值与分布尾部控制方面具有一定优势。这与本文采用刚性几何基准约束的 NASC-model 有关,该建模方式能够有效抑制基准不确定性对测量结果的影响。

表 5 两种方法在标准长度测量中的误差统计指标对比
Tab.5 Comparison of statistical indicators of measurement errors between proposed method and SA software (μm)

Indicator	L_1		L_2	
	SA	Ours	SA	Ours
Mean	5.513	1.552	7.682	2.487
RMSE	1.587	1.559	1.591	1.195
P90	7.833	4.224	9.482	3.982
P99.73	8.033	4.727	9.532	4.098
MIN	3.033	-0.277	3.832	0.389
MAX	8.033	4.727	9.532	4.098

实验结果表明,与商业软件 SA 相比,在相同条件下,本文方法在高分位误差指标与重复测量一致性方面均表现出稳定的统计特性,说明该方法在保持稳定性的同时,实现了整体测量精度的提升。

5 结 论

本文针对激光跟踪测边网在精密测量与光学系统粗装调中存在的自标定稳定性不足与网络几何约束偏弱的问题,提出一种基于固定定向点布置的组网平差自标定模型(NASC-model),

并构建了统一几何基准下的联合平差优化方法。仿真结果表明,在测距与测点观测均含噪的条件下,该方法能够稳定完成网络解算,验证了模型在数值层面的可行性与稳定性。为验证方法的有效性,通过一米标准杆测量实验,将本文方法与商业软件 SA 组网结果进行对比。实验结果表明,本文方法对两组标准长度的测量误差主要分布于 $-0.3\sim 4.8\ \mu\text{m}$ 内,均值误差控制在 $2.5\ \mu\text{m}$ 以内, RMSE 不超过 $1.6\ \mu\text{m}$; 相比之下,商业软件 SA 的测量误差主要分布于 $3.0\sim 9.5\ \mu\text{m}$ 内,其误差分布区间、均值误差及 RMSE 整体高于本文方法,因此,本文方法在误差幅值与分布集中性方面均表现出更优的测量性能,显著提升了系统坐标测量精度。研究结果表明,所提方法在提高测边网自标定稳定性与整体测量精度方面均具有良好效果,可为光学系统装调等空间精密测量任务提供技术支撑。

综上,本文方法在统一自标定与组网流程的同时,实现了测边网解算精度与系统稳定性的提升,为光学系统装调及三维测量提供了一种工程可行的技术途径。基于该模型,后续工作将围绕定向点配置、测站布设及网形结构等因素,对测边网几何强度与解算精度的影响开展系统分析。同时,引入多维正交待测点,完善空间精度评价方法,并讨论工程约束条件下测量空间的扩展问题。

作者贡献声明:

邵福海:算法实现,实验验证,论文构思与撰写;

曾雪锋:论文构思与审核,资源获取;

李雯研:实验与写作指导;

王灵杰:论文审核与写作指导;

张学军:资源获取。

参考文献:

- [1] 于阳,王学问,徐振邦,等. 基于柔性铰链的大口径望远镜并联调整机构[J]. 光学精密工程, 2023, 31(3): 352-362.
YU Y, WANG X W, XU ZH B, *et al.* Parallel adjustment mechanism for large aperture telescope based on flexible hinges [J]. *Optics and Precision*

- Engineering*, 2023, 31(3): 352-362. (in Chinese)
[2] 李文雄,申军立,张星祥,等. 低温红外离轴三反直系统设计[J]. 光学精密工程, 2023, 31(9): 1285-1294.
LI W X, SHEN J L, ZHANG X X, *et al.* Design of low temperature infrared off-axis three-mirror collimation system [J]. *Optics and Precision Engineering*, 2023, 31(9): 1285-1294. (in Chinese)

- [3] 岳丽清, 李斌, 李重阳, 等. 大口径空间光学遥感相机竖直装调技术[J]. 红外与激光工程, 2025, 54(3): 156-163.
YUE L Q, LI B, LI CH Y, *et al.* Research on the vertical installation and adjustment of large-aperture space optical remote sensing camera [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2025, 54(3): 156-163. (in Chinese)
- [4] 张学敏, 宋兴, 候晓华, 等. 可调焦离轴三反光学系统的装调[J]. 光学精密工程, 2017, 25(6): 1458-1463.
ZHANG X M, SONG X, HOU X H, *et al.* Alignment of focus-adjustable off-axis reflective optical system [J]. *Optics and Precision Engineering*, 2017, 25(6): 1458-1463. (in Chinese)
- [5] 张青岩, 李建双, 缪东晶. 激光多边坐标测量系统及其发展现状综述[J]. 计量科学与技术, 2024, 68(9): 32-40, 60.
ZHANG Q Y, LI J SH, MIAO D J. A review of laser multilateration coordinate measurement systems and their development status [J]. *Metrology Science and Technology*, 2024, 68(9): 32-40, 60. (in Chinese)
- [6] RAFELD E K, KOPPERT N, FRANKE M, *et al.* Recent developments on an interferometric multilateration measurement system for large volume coordinate metrology [J]. *Measurement Science and Technology*, 2022, 33(3): 035004.
- [7] 高豆豆, 董登峰, 邱启帆, 等. 面向激光跟踪测量的大范围高精度姿态测量[J]. 光学精密工程, 2024, 32(7): 976-986.
GAO D D, DONG D F, QIU Q F, *et al.* Large range automatic attitude measurement method for laser tracking measurement [J]. *Optics and Precision Engineering*, 2024, 32(7): 976-986. (in Chinese)
- [8] 吴斌, 许友, 杨峰亭, 等. 激光跟踪绝对测长多边法三维坐标测量系统[J]. 红外与激光工程, 2018, 47(8): 130-135.
WU B, XU Y, YANG F T, *et al.* 3D coordinate measuring system based on laser tracking absolute length measurement multilateral method [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2018, 47(8): 130-135. (in Chinese)
- [9] 徐亚明, 郑琪, 管啸. Leica AT960激光跟踪仪测量精度分析[J]. 测绘地理信息, 2020, 45(1): 8-12.
XU Y M, ZHENG Q, GUAN X. Precision analysis of leica AT960 absolute laser tracker [J]. *Journal of Geomatics*, 2020, 45(1): 8-12. (in Chinese)
- [10] SHENG Y, WANG Y K, LIU S W, *et al.* Large-scale measurement layout optimization method based on laser multilateration [J]. *Machines*, 2022, 10(11): 988.
- [11] 范百兴, 李广云, 李佩臻, 等. 利用激光干涉测距三维网的加权秩亏自由网平差[J]. 武汉大学学报(信息科学版), 2015, 40(2): 222-226, 232.
FAN B X, LI G Y, LI P ZH, *et al.* Adjustment of a laser interferometer 3D rank-defect free-network [J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2015, 40(2): 222-226, 232. (in Chinese)
- [12] 刘硕, 刘光博, 刘尚国. 利用重心基准的激光跟踪三维测边网平差[J]. 山东科技大学学报(自然科学版), 2021, 40(6): 20-27.
LIU SH, LIU G B, LIU SH G. Adjustment of 3-D laser tracking network based on barycenter datum [J]. *Journal of Shandong University of Science and Technology (Natural Science)*, 2021, 40(6): 20-27. (in Chinese)
- [13] 郑继辉, 缪东晶, 李建双, 等. 采用标准长度的激光多边法坐标测量系统自标定算法[J]. 计量学报, 2019, 40(1): 64-70.
ZHENG J H, MIAO D J, LI J SH, *et al.* Self-calibration algorithm for laser multilateral coordinate measurement system using standard length method [J]. *Acta Metrologica Sinica*, 2019, 40(1): 64-70. (in Chinese)
- [14] 汪昭义, 何晓业, 王巍, 等. 激光跟踪仪的高精度预准直方法和精度分析[J]. 武汉大学学报(信息科学版), 2021, 46(4): 555-560.
WANG ZH Y, HE X Y, WANG W, *et al.* High precision pre-alignment method based on laser tracker [J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2021, 46(4): 555-560. (in Chinese)
- [15] 王铜, 周维虎, 董岚, 等. 粒子加速器中激光跟踪仪控制网测量精度研究[J]. 武汉大学学报(信息科学版), 2024, 49(1): 156-166.
WANG T, ZHOU W H, DONG L, *et al.* Accuracy of control network measured by laser tracker in particle accelerator [J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2024, 49(1): 156-166. (in Chinese)

- [16] MANWILLER P E. Three-dimensional network adjustment of laser tracker measurements for large-scale metrology applications[J]. *Journal of Surveying Engineering*, 2021, 147: 05020009.
- [17] VIKAS, SAHU R K. A review on application of laser tracker in precision positioning metrology of particle accelerators [J]. *Precision Engineering*, 2021, 71: 232-249.

作者简介:

邵福海(2001—),女,新疆乌苏人,硕士研究生,2023年于武汉大学获得学士学位,主要从事精密测量方面的研究。E-mail: shaofuhai23@mails.ucas.ac.cn

通讯作者:

曾雪峰(1987—),男,江西抚州人,博士,研究员,2009年于南京理工大学获得学士学位,2014年于中国科学院长春光学精密机械与物理研究所获得博士学位,主要从事先进光学制造技术方面的研究。E-mail: zxf@ciomp.ac.cn